Gymnasium Hilpoltstein – Grundwissen 6. Jahrgangsstufe (LPPlus)

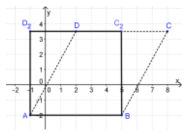
Wissen / Können	Aufgaben und Beispiele
1. Bruchzahlen	
Zähler, Nenner; Anteil, Ganzes, Bruchteil	Anteil Ganzes Bruchteil $\frac{2}{5}$ *von* $100kg = (100\,kg:5)\cdot 2 = 40kg$
Erweitern, Kürzen; Hauptnenner (kgV)	*Kürze vollständig:* $\frac{189}{210}$ *Mache gleichnamig:* $\frac{2}{9}$; $\frac{14}{21}$ *und* $\frac{5}{12}$
Prozentschreibweise	*Wandle* $\frac{2}{5}$ *in Prozent um!*
Ordnen von Brüchen	*Ordne die Brüche* $\frac{7}{2}$; $3\frac{1}{3}$; $-\frac{9}{2}$; $3\frac{4}{9}$; $-\frac{5}{2}$ *und* $\frac{2}{5}$ *nach zunehmender Größe!*
Zahlenmengen	$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$
2. Dezimalbrüche	
endliche und unendliche periodische Dezimalbrüche (auch Umwandlung)	*Wandle* $\frac{23}{40}$, $\frac{3}{11}$ *und* $\frac{107}{44}$ *in Dezimalbrüche um.* *Stelle* $1{,}58$ *und* $3{,}\overline{7}$ *als Brüche dar.*
besondere Brüche (auch als Prozentangabe)	*Gib* $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$ *und* $\frac{1}{3}$ *jeweils als Dezimalbruch und in Prozent an!*
Runden von Dezimalbrüchen	*Runde* $20{,}6513$ *auf Zehntel und* $0{,}0043$ *auf Hundertstel.*
3. Rechnen mit Bruchzahlen und Dezimalbrüchen	
Grundrechenarten mit Bruchzahlen und Dezimalbrüchen: Klammer vor Potenz vor Punkt vor Strich!	$\frac{3}{2}-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\ldots;$ $2\frac{1}{3}-\frac{1}{3}:\frac{8}{9}=\ldots;$ $\left(\frac{29}{8}-\frac{29}{3}\right):\left(-1\frac{1}{6}\right)^2=\ldots;$ $0{,}4:0{,}00625-8^2=\ldots;$ $\left(0{,}5^3-\frac{1}{16}\right):\left(\frac{5}{6}\cdot 0{,}375\right)=\ldots;$
Rechenvorteile durch Anwenden von Rechengesetzen (Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz)	*Berechne vorteilhaft:* $2{,}3\cdot\frac{3}{7}+\frac{3}{7}\cdot 4{,}7=\ldots;$ $0{,}125\cdot\left(\frac{3}{7}\cdot 8\right)=\ldots;$
Potenzen mit negativen ganzzahligen Exponenten	$7^{-3}=\frac{1}{7^3}$

4. Flächeninhalt von Dreiecken und Vierecken	
Flächeninhalt von Parallelogramm, Dreieck und Trapez: $A_P = g \cdot h$ $A_D = \frac{1}{2} g \cdot h$ $A_T = \frac{1}{2}(a + c) \cdot h$	*Im Dreieck ABC ist* $a = 7{,}0\ cm$; $h_a = 6{,}0\ cm$ *und* $h_b = 4{,}2\ cm$. *Bestimme den Flächeninhalt und die Länge der Seite b!* *Die Punkte* $A(-1/-2)$, $B(5/-2)$ *und* $D(2/3{,}5)$ *sind Eckpunkte eines Parallelogramms ABCD.* *a) Gib die Koordinaten des fehlenden Eckpunktes C an und berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms.* *b) Zeichne ein inhaltsgleiches Rechteck mit A und B als Eckpunkte.* *Die Querschnittsfläche des Main-Donau-Kanals ist trapezförmig mit 1,72 a Flächeninhalt. Die Wasserspiegelbreite beträgt 55 m, die Sohlenbreite 31 m. Berechne die Tiefe des Kanals.*
Oberflächeninhalt einfacher Körper	Merke: Der Oberflächeninhalt eines Körpers ist gleich dem Flächeninhalt seines Netzes.

5. Rauminhalte	
Maßeinheiten und Umrechnungen	$1\ m^3 = 1000\ dm^3 = 1\ 000\ 000\ cm^3 = 1\ 000\ 000\ 000\ mm^3$ $1\ m\ell = 1\ cm^3$; $1\ \ell = 1\ dm^3$; $1\ h\ell = 100\ \ell = 0{,}1\ m^3$ *Wandle 45,8 l in* m^3 *um.*
Rauminhalte von Quader, Würfel und daraus zusammengesetzte Körpern $V_Q = l \cdot b \cdot h$; $V_W = a^3$	*Ein quaderförmiges Schwimmbecken ist 25 m lang, 10 m breit und 25 dm tief. Berechne, wie viel Wasser nötig ist, um das Becken bis 20 cm unter den Rand zu füllen. Gib das Ergebnis in* m^3 *und in l an.* *Ein Würfel hat den Oberflächeninhalt 150* dm^2*. Ermittle seinen Rauminhalt!*

6. Prozentrechnung, Daten und Diagramme	
Berechnung von Prozentwerten, Prozentsätzen und Grundwerten; Grundgleichung der Prozentrechnung: $PW = PS \cdot GW$ Diagrammdarstellungen (insbesondere Kreis- und Säulendiagramm)	*In einer Klasse von 25 Schülerinnen und Schülern kommen 40% aus Hilpoltstein. Berechne, wie viele Fahrschüler die Klasse hat.* *Ermittle, wie viel Prozent 36 € von 45 € sind.* *Löse diese Aufgabe sowohl mit Hilfe der Grundgleichung der Prozentrechnung als auch mit Hilfe des Dreisatzes.* *In einem Kreisdiagramm ist der Anteil der Schüler mit Lieblingsfach Mathematik durch einen Sektor mit Mittelpunktswinkel* 54^0 *dargestellt. Ermittle, wie viel Prozent der Schüler dies sind.*
Absolute Häufigkeit; relative Häufigkeit	*Nach 70-maligem Würfeln betrug die relative Häufigkeit der Zahl 4 zirka 21%. Berechne, wie oft die 4 gewürfelt wurde?.*
Arithmetisches Mittel	*Bestimme von folgendem Datensatz das arithmetische Mittel:* *38,5 kg, 57,8 kg, 45,5 kg, 48,0 kg, 43,9 kg*
Prozentuale Änderung	Kosten: **40 €** $\xrightarrow{\text{Erhöhung um 25 \%}}$ Kosten: **50 €** Kosten: **50 €** $\xrightarrow{\text{Verringerung um 20 \%}}$ Kosten: **40 €**

7. Lösungen	
1. Bruchzahlen	$\frac{189}{210} = \frac{21\cdot 9}{21\cdot 10} = \frac{9}{10}$ $\frac{2}{9} = \frac{2}{3\cdot 3}$; $\frac{14}{21} = \frac{2\cdot 7}{3\cdot 7}$ *und* $\frac{5}{12} = \frac{5}{2\cdot 2\cdot 3}$ => Erweitern auf $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 252$ $\frac{2}{9} = \frac{2\cdot 2\cdot 2\cdot 7}{9\cdot 2\cdot 2\cdot 7} = \frac{56}{252}$; $\frac{14}{21} = \frac{14\cdot 2\cdot 2\cdot 3}{21\cdot 2\cdot 2\cdot 3} = \frac{168}{252}$; $\frac{5}{12} = \frac{5\cdot 3\cdot 7}{12\cdot 3\cdot 7} = \frac{105}{252}$ $\frac{2}{5}$ *in Prozent:* $\frac{40}{100} = 40\%$ $-\frac{9}{2} < -\frac{5}{2} < \frac{2}{5} < 3\frac{1}{3} = \frac{10}{3} < 3\frac{4}{9} = \frac{31}{9} < \frac{7}{2}$
2. Dezimalbrüche	$\frac{23}{40} = \frac{23\cdot 25}{40\cdot 25} = \frac{575}{1000} = 0{,}575$ $\frac{3}{11} = 0,\overline{27}$ $\frac{107}{44} = 2{,}43\overline{18}$ $1{,}58 = \frac{158}{100}$; $3,\overline{7} = \frac{27+7}{9} = \frac{34}{9}$ $\frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$; $\frac{3}{4} = 0{,}75 = 75\%$ $\frac{4}{5} = 0{,}8 = 80\%$; $\frac{1}{3} = 0,\overline{3} = 33,\overline{3}\%$ $20{,}6513 \approx (z)\ 20{,}7$ $0{,}0043 \approx (h)\ 0{,}004$
3. Rechnen mit Bruchzahlen und Dezimalbrüchen	$\frac{3}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{18-8+3}{12} = \frac{13}{12}$ $2\frac{1}{3} - \frac{1}{3} : \frac{8}{9} = \frac{7}{3} - \frac{1\cdot 9}{3\cdot 8} = \frac{56-9}{24} = \frac{47}{24}$ $\left(\frac{29}{8} - \frac{29}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{87-232}{24} : \left(-\frac{7}{6}\right)^2 = \frac{-145}{24} : \frac{49}{36} = -\frac{435}{98}$ $0{,}4 : 0{,}00625 - 8^2 = 64 - 64 = 0$ $\left(0{,}5^3 - \frac{1}{16}\right) : \left(\frac{5}{6} \cdot 0{,}375\right) = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{16}\right) : \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{8}\right) = \frac{1}{16} : \frac{15}{48} = \frac{48}{240} = \frac{1}{5}$ $2{,}3 \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{7} \cdot 4{,}7 = \frac{3}{7} \cdot (2{,}3 + 4{,}7) = \frac{3}{7} \cdot 7 = 3$ $0{,}125 \cdot \left(\frac{3}{7} \cdot 8\right) = \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot 8 = \frac{1}{8} \cdot 8 \cdot \frac{3}{7} = 1 \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{7}$

4. Flächenin-halt von Dreiecken und Vierecken	$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot 7{,}0\ cm \cdot 6{,}0\ cm = \mathbf{21\ cm^2}$ $b = (2 \cdot A) : h_b = (2 \cdot 21\ cm^2) : 4{,}2\ cm = 42\ cm^2 : 4{,}2\ cm = \mathbf{10\ cm}$ ____ a) Fehlender Eckpunkt: **C (8/3,5)** (Ermittlung mit Hilfe einer Zeichnung möglich!) $A_{Parallelogramm} = \lvert\overline{AB}\rvert \cdot d(A; CD) = 6\ cm \cdot 5{,}5\ cm = \mathbf{33\ cm^2}$ b) Die Punkte C_2 und D_2 müssen auf der Gerade DC liegen. Die Strecken $\overline{AD_2}$ und $\overline{BC_2}$ müssen jeweils einen rechten Winkel mit $\overline{AB}$ einschließen. Siehe Abbildung rechts!  ____ Gegeben sind a = 31 m, c = 55 m und A = 1,72 a = 172 m^2. Gesucht ist die Höhe des Trapezes. Beim Einsetzen in die Formel ergibt sich für h folgende Gleichung: $172m^2 = \frac{1}{2} \cdot (31m + 55m) \cdot h$ Die Umkehraufgabe für h ergibt: $h = (2 \cdot 172m^2) : (31m + 55m) = 344m^2 : 86m = \mathbf{4m}$
5. Raum-inhalte	45,8 *l* = 45,8 dm^3 = 0,0458 m^3 ____ Gesucht ist das Volumen eines Quaders mit der Länge 25 m, der Breite 10 m und der Tiefe (25 dm – 20 cm) = (25 dm – 2 dm) = 23 dm = 2,3 m $V = 25m \cdot 10m \cdot 2{,}3m = \mathbf{575\ m^3} = \mathbf{575\,000\ dm^3} = \mathbf{575\,000\ l}$ ____ Oberflächeninhalt einer Seitenfläche des Würfels: 150 dm^2 : 6 = 25 dm^2. Somit beträgt die Kantenlänge des Würfels **5 dm** , da $(5\ dm)^2 = 25\ dm^2$. Volumen des Würfels: V = $(5\ dm)^3$ = **125 dm^3**
6. Prozent-rechnung, Daten und	60 % der 25 Schüler sind Fahrschüler. Gesucht ist der Prozentwert PW. **PW** = 60 % · 25 Schüler = 0,6 · 25 Schüler = **15 Schüler**; 15 Schüler sind Fahrschüler

<table>
<tr>
<td rowspan="2">Diagram-
me</td>
<td>Mit der <u>Grundgleichung</u>: $\boldsymbol{PW = PS \cdot GW}$
$\mathbf{36}\ € = \boldsymbol{PS} \cdot \mathbf{45}\ €$
PS = $\frac{\mathbf{36}\ €}{\mathbf{45}\ €} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}} = \mathbf{0{,}8} = \mathbf{80}\ \%$</td>
<td>Mit dem <u>Dreisatz</u>:
45 € ≙ 100 %
1 € ≙ $\frac{100}{45}$ %
36 € ≙ $\frac{100}{45}$ ·36 % = $\frac{100 \cdot 36}{45}$ % = $\frac{400}{5}$ % = 80 %</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">PS = $\frac{\mathbf{54°}}{\mathbf{360°}} = \mathbf{0{,}15} = \mathbf{15}\ \%$</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="3"></td>
<td colspan="2">$21\% \cdot 70 = 14{,}7 \approx \mathbf{15}$ Es wurde 15-mal gewürfelt. Dieser Wert entspricht der <u>absoluten Häufigkeit</u> der Zahl 4 bei diesem Spiel.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">$(38{,}5\ kg + 57{,}8\ kg + 45{,}5\ kg + 48{,}0\ kg + 43{,}9\ kg) : 5 = \ 233{,}70 kg : 5 = \ \boldsymbol{46{,}74 kg}$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">125 % ·40 € = 1,25 · 40 € = 50 €;
80 % ·50 € = 0,8 · 50 € = 40 €</td>
</tr>
</table>