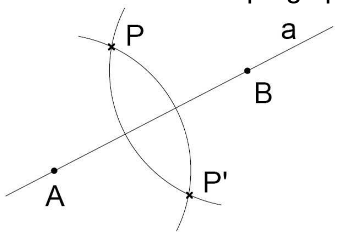
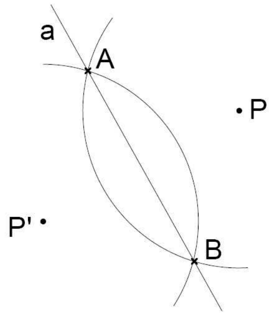
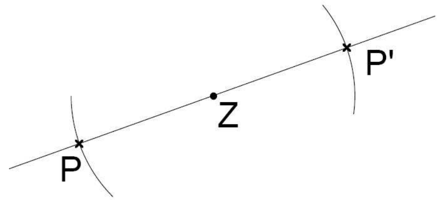
Gymnasium Hilpoltstein – Grundwissen 7. Jahrgangsstufe

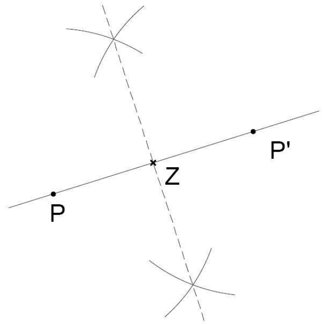
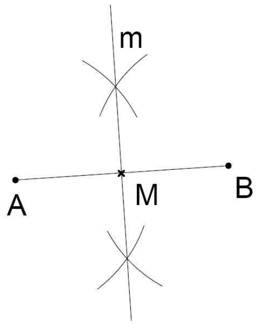
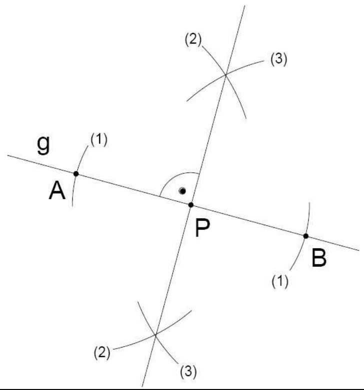
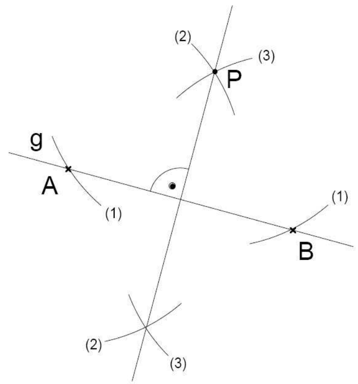
<table>
<tr><th>Wissen / Können</th><th colspan="3">Definitionen und Beispiele</th></tr>
<tr><td colspan="4">1. Symmetrie</td></tr>
<tr><td>

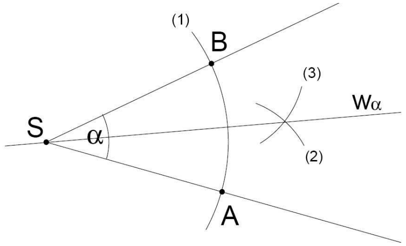
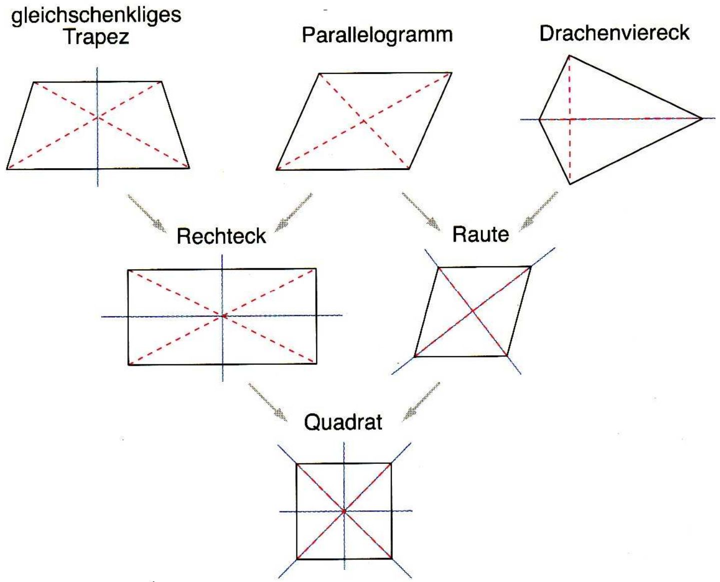
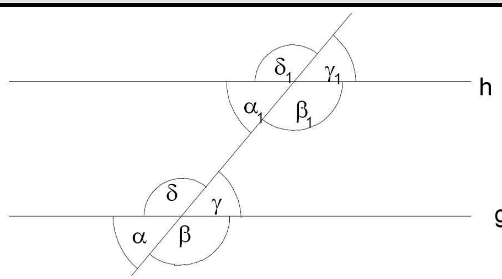
Grundkonstruktionen</td>
<td colspan="2">Achsensymmetrie
Eine Figur heißt achsensymmetrisch, wenn sie durch Umklappen um eine Gerade (Symmetrieachse a) mit sich selbst zur Deckung gebracht werden kann.

Konstruktion des Spiegelpunktes:


Konstruktion der Symmetrieachse:

</td>
<td>Punktsymmetrie
Eine Figur heißt punktsymmetrisch, wenn sie durch eine Drehung um 180° um einen Punkt Z mit sich selbst zur Deckung gebracht werden kann.

Konstruktion des Spiegelpunktes:


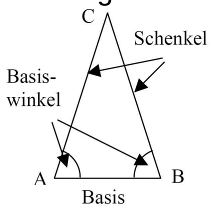
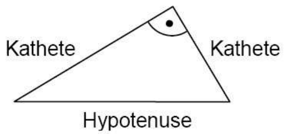
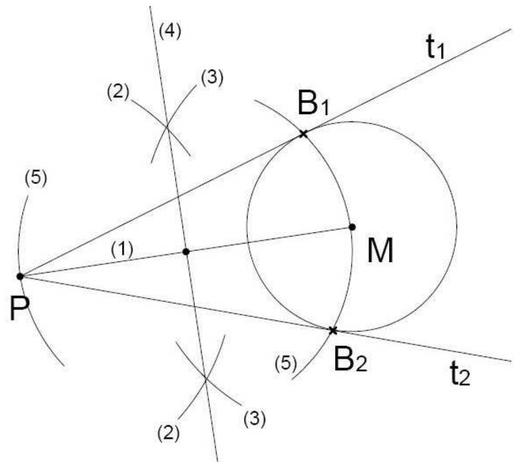
Konstruktion des Symmetriezentrums:

</td></tr>
<tr><td>Mittelsenkrechte, Lot</td>
<td>Die Mittelsenkrechte von [AB] ist die Menge aller Punkte, die von A und B gleichweit entfernt sind.

</td>
<td>Lot errichten ($P \in g$):

</td>
<td>Lot fällen ($P \notin g$):

</td></tr>
</table>

Winkelhalbierende Anwendung (Winkelhalbierung)	Die Winkelhalbierende ist die Menge aller Punkte, die von zwei sich schneidenden Geraden den gleichen Abstand haben.  Konstruiere jeweils einen 45°-, 22,5°-, 135°- und 67,5°-Winkel!
Eigenschaften von symmetrischen Vierecken	Stammbaum der Vierecke: Quadrat, Rechteck, Raute, Parallelogramm (gleichschenkliges) Trapez, Drachenviereck 
2. Winkelbetrachtungen an Figuren	
Doppelkreuzung	 **Scheitelwinkel** sind gleich groß (z.B. $\alpha = \gamma$). **Nebenwinkel** ergänzen sich zu 180°(z.B. $\alpha + \beta = 180°$). **Stufenwinkel** (z.B. α und α_1) und **Wechselwinkel** (z.B. δ und β_1) an einer Doppelkreuzung sind genau dann gleich groß, wenn die Kreuzungsgeraden g und h zueinander parallel sind.
Innenwinkelsumme	Die IWS im **Dreieck** beträgt 180°, im **Viereck** 360°. Allgemein: IWS im **n-Eck:** $(n-2)\cdot 180°$.

3. Kongruenz

Definition:	Deckungsgleiche Figuren heißen kongruent. Dreiecke sind bereits dann kongruent, wenn sie … – … in drei Seiten übereinstimmen (SSS-Satz), – … in einem Winkel und den anliegenden Seiten übereinstimmen (SWS-Satz), – … in einer Seite und zwei gleich liegenden Winkeln übereinstimmen (SWW oder WSW-Satz), – … in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der größeren Seite übereinstimmen (SsW-Satz).

4. Besondere Dreiecke

gleichschenkliges Dreieck  	Dreieck ist gleichschenklig $\Leftrightarrow$ zwei Winkel sind gleich groß (Basiswinkelsatz) $\Leftrightarrow$ Dreieck ist achsensymmetrisch
gleichseitiges Dreieck	Dreieck ist gleichseitig $\Leftrightarrow$ drei Seiten sind gleich lang $\Leftrightarrow$ Dreieck hat drei Symmetrieachsen
rechtwinkliges Dreieck  	Ein Dreieck mit einem 90°-Winkel heißt rechtwinklig es Dreieck. Die Hypotenuse ist die längste Seite und liegt dem rechten Winkel gegenüber. Die anderen beiden Seiten heißen Katheten.
Satz des Thales und Umkehrung	Ein Dreieck ist genau dann rechtwinklig, wenn seine Ecken so auf einer Kreislinie liegen, dass eine Dreiecksseite Kreisdurchmesser ist. Anwendung: Konstruktion von Tangenten Eine Gerade, die einen Kreis in genau einem Punkt berührt, heißt **Tangente** (an diesen Kreis). Die Tangente steht im Berührpunkt auf dem Kreisradius senkrecht. 

5. Konstruktionen von Dreiecken und Vierecken	
Konstruieren	Vorgehensweise: 1. Planfigur, 2. Bestimmungsstücke, 3. Konstruktionsbeschreibung, 4. Konstruktion Ein Dreieck ist eindeutig konstruierbar, wenn es durch die in den Kongruenzsätzen beschriebenen Teile (Seiten, Winkel) gegeben ist. Wenn ein Viereck eindeutig konstruiert werden soll, müssen mindestens 5 geeignete Größen (z.B. Seitenlängen, Diagonalenlängen, Winkel) gegeben sein.

6. Terme und äquivalente Termumformungen	
Aufstellen und Analysieren von Termen	Ein **Term** ist ein sinnvoller Rechenausdruck, der aus Zahlen, Rechenzeichen, Klammern und Variablen besteht. Die Menge der Zahlen, die man für eine Variable in einen Term einsetzen kann, sodass sich eine sinnvolle Aussagen ergibt, heißt **Definitionsmenge D** des Terms z.B. $T(x)=\frac{1}{x} \Rightarrow D=\mathbf{Q}\setminus\{0\}$ oder $T(x)=\frac{1}{2-x} \Rightarrow D=\mathbf{Q}\setminus\{2\}$. Zwei Terme sind **äquivalent**, wenn sie für jede mögliche Einsetzung von x denselben Wert ergeben.
Veranschaulichen von Termen	Erstellen von Wertetabellen und Graphen.
Umformen von Termen - Addition/ Subtraktion von Termen	Gleichartige Terme werden addiert bzw. subtrahiert, indem man ihre Koeffizienten (Zahlenfaktoren eines Terms) addiert bzw. subtrahiert und die gemeinsamen Variablen beibehält. Beispiel: 3x + 7a + 2x = 5x + 7a
- Vereinfachen von Produkten und Quotienten	In einem Produkt dürfen die Faktoren beliebig umgestellt und zusammengefasst werden. Man geht in folgender Reihenfolge vor: 1. Entscheide auf Grund der Vorzeichenregel, welches Vorzeichen das Ergebnis hat! 2. Multipliziere die Zahlen miteinander! 3. Multiplizieren die Variablen! Beispiel : $5a\cdot 6b=30ab$ $(-3x)\cdot(+5xy)=-15x^2y$ Bei der Division geht man analog zur Multiplikation vor. Bei einigen Quotienten bietet es sich an, sie als Brüche umzuschreiben. Beispiel : $36x:4x=9$ oder $45x^2y:5xy=9x$ oder $3ab:9b=\frac{3ab}{9b}=\frac{a}{3}=\frac{1}{3}a$
- Klammerregeln	Steht ein ***Plus*-Zeichen** vor der Klammer, kann man die Klammer weglassen. Steht ein ***Minus*-Zeichen** vor der Klammer, lässt man die Klammer weg und kehrt gleichzeitig alle Zeichen in der Klammer um. Beispiele: $2+(a-2)=2+a-2=a$ oder $2-(a-2)=2-a+2=4-a$

- Multiplikation von Summen	Zwei Summen werden multipliziert, indem man jeden Summanden der ersten Klammer mit allen Summanden der zweiten Klammer multipliziert und die Produkte addiert: $(a+b)\cdot(c+d)=ac+ad+bc+bd$ Beispiel: $(2x+3y)\cdot(3-4x)=6x-8x^2+9y-12xy$
- Ausklammern (Faktorisieren)	Beim Ausklammern wird ein gemeinsamer Faktor vor die Klammer gesetzt. Beispiel: $-4a+12b=4\cdot(-a+3b)$
7. Lineare Gleichungen	
Definition einer Gleichung	Eine Gleichung besteht aus zwei Termen, die durch ein Gleichheitszeichen voneinander getrennt sind. Die vorgegebene Menge aller Zahlen heißt **Grundmenge G**. Ist keine Grundmenge angegeben, so ist stets die größte bekannte Zahlenmenge als Grundmenge anzunehmen. Die Zahlen aus G, die beim Einsetzen eine wahre Aussage liefern, heißen Lösungen der Gleichung.
Lösungsverfahren für lineare Gleichungen	Erlaubte **Äquivalenzumformungen** sind: - Addieren bzw. Subtrahieren derselben Zahl oder desselben Terms auf beiden Seiten des „=" - Multiplizieren bzw. Dividieren beider Seiten mit der gleichen Zahl (ungleich Null) Beispiel: $2x+5\cdot(x+1)=4\cdot(x-2)+1$ *Auflösen der Klammern* $2x+5x+5=4x-8+1$ *Auf beiden Seiten zusammenfassen* $7x+5=4x-7 \quad \vert -4x$ *Terme mit Variablen auf eine Seite bringen* $3x+5=-7 \quad \vert -5$ *Zahlen auf die andere Seite bringen* $3x=-12 \quad \vert :3$ *x isolieren, d.h. durch den Koeffizienten vor x dividieren* $x=-4 \quad \Rightarrow L=\{-4\}$
Sachaufgaben	1. Bezeichne die gesuchte Größe mit x 2. Drücke alle anderen Größen durch Terme aus, die x enthalten 3. Stelle aus dem Text eine Gleichung auf und löse diese 4. Überprüfe, ob deine Lösung alle Bedingungen des Textes erfüllt. Beispiel: In einem Käfig sind Hasen und Hühner eingesperrt. Die Tiere haben zusammen 35 Köpfe und 94 Füße. Wie viele Hasen sind im Käfig? 1. x = Anzahl der Hasen 2. $35-x$ = Anzahl der Hühner 3. $4x+2\cdot(35-x)=94$ ... $x=12$ (Anzahl der Hasen), 23= Anzahl der Hühner 4. $12+23=35$ und $12\cdot4+23\cdot2=48+46=94$

8. Mathematik im Alltag: Daten, Diagramme und Prozentrechnung	
Auswerten von Daten	Die absolute Häufigkeit ist die Anzahl, mit der ein Merkmalswert auftritt. Die relative Häufigkeit ist der Quotient aus der absoluten Häufigkeit und der Gesamtanzahl der Daten. Das arithmetische Mittel (oft auch Durchschnitt genannt): $\bar{x} = \frac{\text{Summe der Einzelwerte}}{\text{Anzahl der Einzelwerte}}$ Daten werden oft mithilfe von Diagrammen (z.B. Säulen-, Balken-, Kreis-, Figurendiagramme) veranschaulicht.
Prozentrechnung	„Prozentsatz · Grundwert = Prozentwert“ Beispiel: Der Preis einer Ware steigt um 15% auf 736 Euro. 736 Euro sind dann 115% des GW (ursprünglicher Preis). Berechnung des GW: 736 Euro : 1,15 = 640 Euro Kontrolle: 640 Euro · 1,15 = 736 Euro